東京メトロにおける中国人郵便配達問題の解法とその実施に関する研究

Study on a Solution of Chinese Postman Problem for Tokyo Metro and Its Practical Investigation

濱本和彦
東海大学　情報通信学部　情報メディア学科
Kazuhiko Hamamoto
Department of Information Media Technology, School of Information and Telecommunication Engineering,
Tokai University

Abstract- Tokyo Metro, which is the underground railway system in Tokyo, is the most complicated system all over the world. The more complicated the network is, the more a person wants to find a route which passes through all path and is the shortest one, that is, a route with a single stroke. A problem to find the route is defined as "Chinese Postman Problem", which is a problem to find Euler circuit. There have proposed some routes, however, no routes by Tokyo metro only have been proposed and almost previous proposals are only proposal, have not been attempted in practice. In this study, a route with a single stroke in Tokyo Metro using Tokyo Metro only is proposed. Furthermore, the route was tried in practice. The results show more longer distance and duration of walking is required to achieve all path ride more than duration of riding train. It is just like ascetic practice.

Keywords　Tokyo Metro,　Chinese Postman Problem,　Graph Theory,　Eulerian Graph,　Euler Circuit

１．はじめに

東京の地下鉄は，世界でもっとも複雑な地下鉄として知られている。単に総延長の比較であれば，ニューヨークの地下鉄の方が長い（多分）わけだが，それが１社による経営であるのに対し，東京のそれは東京地下鉄株式会社と東京都による２種類の地下鉄が存在し，それがＪＲおよび各私鉄と相互乗り入れを行っている。運営会社，システム，料金体系が異なる会社がネットワークを形成している点で世界でもっとも「複雑」と定義できるわけである。

その中心を担う，東京地下鉄株式会社（英称 : Tokyo Metro Co., Ltd）は，銀座線，丸ノ内線，日比谷線，東西線，千代田線，有楽町線，半蔵門線，南北線，副都心線，の合計９路線を運営している（以降，これら９路線の総称を「東京メトロ」と呼ぶ)。これら９路線ももちろん相互乗り入れをしているわけでありが，隣接する複数の駅を同一駅として扱ったり，同一駅として扱うもののその乗り換えには改札を通過しなければならず，乗り換えと認められるには特定の改札から特定の時間内に改札移動を完了しなければならないなど，強引とも取れるかなり複雑なネットワークとなっている。

さて，人は，ネットワークが複雑になればなるほど，それを一筆書きしたくなるものである。人としての性であり，これは致し方ない。東京メトロも例外ではなく，これまでにいくつかの一筆書き路線が紹介されている。もっとも代表的な例は，複数のサイトで紹介されている，北千住を起点としたものであろう[1][2]。しかしこのルートは，途中地上に出ての徒歩移動や他の交通機関を利用する部分を含んでおり，純粋な東京メトロの一筆書きとは言えない問題がある。さらに，この両サイトとも，実際に実施した報告がなされていない。yahoo 知恵袋に[3]のような報告例もあるが，これも東京メトロと都営地下鉄を利用した例となっている。実際に一筆書きに挑戦した例として[4]のような報告もあるが，これも東京メトロと都営地下鉄の両方を利用している。

一筆書きの問題は，グラフ理論における周遊可能性の問題の一つであり，「Koenigsberg の７つの橋」「中国人郵便配達問題」として知られる。このうち，「中国人郵便配達問題」は，郵便配達員が全ての道を１回だけ通って出発点に戻ってくる経路を探す，という問題である。これは，グラフ理論においては，全ての辺を含む閉小道（closed trail）が存在するか，という問題となる。全ての辺を含む閉小道のことをオイラー回路（Euler circuit）といい，これを含むグラフのことをオイラーグラフ（Eulerian graph）という。

本研究では，東京メトロの路線をグラフとしてとらえる。この路線はオイラーグラフとはならないため，「各辺を少なくとも１回は通って出発点に戻る経路」，グラフ理論における「全ての辺を含む閉歩道（closed walk)」を探す問題となる。導いた閉歩道から一筆書きの経路をフラーリのアルゴリズム（Fleury's algorithm）によって決定し，実際に東京メトロに乗車し確認する。この結果について報告する。

２．グラフ理論と中国人郵便配達問題

2.1 中国人郵便配達問題とオイラーグラフ

「中国人郵便配達問題」とは，中国の数学者，管梅谷（グァン　メイグン）によって提起された次のような一筆書き問題である。

「郵便局をスタートし，全ての道路を少なくとも１回は通って郵便局に戻ってくる最短の経路を求めよ」

グラフ理論では，郵便局および道路の交差点などを「点」，道路を「辺」として扱う。このとき，「すべての辺を１回だけ含む閉小道（closed trail）」をオイラー回路（Euler circuit）といい，これを持つグラフのことをオイラーグラフ（Eulerian graph）という。つまり，中国人郵便配達問題は，いかにしてオイラー回路を求めるか，という問題に帰着する。

2.2 オイラーグラフとフラーリのアルゴリズム

今，グラフ G が連結グラフであり，G の点集合 V(G)の要素数，つまり G の位数|V(G)|が２以上であるとき，G がオイラーグラフであるための必要十分条件は，式(1)で表される。

$$\begin{aligned} &\deg v_i = even\ \ number \\ &where\ v_i \in V(G) \end{aligned} \tag{1}$$

つまり，「すべての点において，接続されている辺の数が偶数である」という単純な条件となる。

グラフがオイラー回路である場合，オイラー回路は次に示すフラーリのアルゴリズム（Fleury's algorithm）により求めることが出来る。

```
begin
  W:={v1};
  i:=0;
  while i≠|E(G)| do
    begin
      choose an edge e(i+1)={v(i+1), v(i+2)}
      under the following conditions
        ・e(i+1)∈{E(G) - {e1, e2, ･･･, ei}};
        ・e(i+1) is incident to v(i+1);
        ・e(i+1) is not bridge in G - {e1, e2, ･･･, ei};
      W:=W+{e(i+1), v(i+2)};
      i:=i+1;
  end
end
```

ここで，E(G)は G の辺集合，|E(G)|は G のサイズ（辺の数），$\{e_1, e_2, \cdots\}$は辺集合の要素，$\{v_1, v_2, \cdots\}$は点集合の要素である。最終的な解は W に保存される。なお，bridge（橋）とは，次の条件を満たす辺 e のことである。

$$k(G-e) > k(G) \tag{2}$$

ただし，$k(G)$はグラフ G の連結成分の個数

グラフがオイラーグラフである場合はこのアルゴリズムでオイラー回路を求めることが出来るが，実際の場合，対象となるグラフはオイラーグラフでない場合が多い。この場合は，どれかの辺を２回以上通らなければならなくなる。つまり，いずれかの辺を多重辺（multiple edge）としてオイラーグラフを作ることとなる。多重辺となる辺の選択は，追加した辺の重みの合計が最小となるように行われるが，このマッチング問題は大変難しい問題となる。なお，グラフが半オイラーグラフ（semi-Eulerian graph：始点と終点が異なるオイラー小道（Euler trail）を持つグラフ）の場合は，次数（degree）が奇数となる始点と終点について，その間の道（path）を追加することによりオイラーグラフを作ることが出来る。このとき，始点から終点への道をダイクストラのアルゴリズム（Dijkstra's algorithm）で求めることにより，追加した辺の重みを最小とすることが出来る。

３．東京メトロとオイラーグラフ

3.1 東京メトロのオイラーグラフ化

本研究では，異なる路線で異なる駅名であっても，路線図上で同一の駅として扱われ乗り換えが可能である駅は一つの点として扱う。また，異なる路線であっても同一駅間を並行して走っている場合は一つの辺と見なすこととした。この条件でグラフ化した東京メトロを図１に示す。

図１から，各点の次数が偶数となっていないこと，次数が奇数となる点の数が２よりも多いことは明らかである。よって，適切な辺の多重化を行う必要が生じる。本来は何らかのアルゴリズムに則って理論的に行うべきであるが，今回は「実施時のルートの取り方」を最優先に主観的に多重化を行うこととする。

実施は新宿基点で行う予定である。基本ルートは，丸ノ内線で池袋，池袋から有楽町線で南下，千代田線線で北上後，北千住から日比谷線で再度南下，銀座線・半蔵門線で渋谷方面，最後は副都心線で新宿（三丁目），というルートである。この基本ルートを考慮して各点の次数が偶数となるように多重化したグラフを図２に示す。太線で表した辺が二重辺を意味する。

3.2 オイラー回路の導出

図２よりフラーリのアルゴリズムに則りオイラー回路を導出した。新宿を基点とするオイラー回路を図

３に示す。

> 新宿（丸ノ内線）四ッ谷（南北線）市ヶ谷（南北線）四ッ谷（丸ノ内線）池袋（副都心線）和光市（副都心線）池袋（有楽町線）新木場（有楽町線）永田町（半蔵門線）大手町（東西線）西船橋（東西線）茅場町（日比谷線）上野（銀座線）浅草（銀座線）上野（日比谷線）北千住（千代田線）北綾瀬（千代田線）新御茶ノ水／淡路町（丸ノ内線）後楽園（南北線）赤羽岩淵（南北線）飯田橋（東西線）中野（東西線）大手町（千代田線）日比谷（日比谷線）仲御徒町／上野広小路（銀座線）三越前（半蔵門線）押上（半蔵門線）大手町（半蔵門線）三越前（銀座線）銀座（丸ノ内線）霞ヶ関（千代田線）日比谷（日比谷線）中目黒（日比谷線）霞ヶ関（千代田線）国会議事堂前／溜池山王（南北線）目黒（南北線）溜池山王（銀座線）表参道（半蔵門線）永田町（半蔵門線）表参道（千代田線）代々木上原（千代田線）表参道（銀座線）渋谷（副都心線）池袋（副都心線）新宿三丁目（丸ノ内線）荻窪（丸ノ内線）中野坂上（丸ノ内線）方南町（丸ノ内線）中野坂上（丸ノ内線）新宿

図３　図２のグラフに対するオイラー回路

このルートについて，「駅すぱあと」を用いて乗車時間を算出したところ，合計５２９分，約９時間となった。乗り換えに要する時間を勘案し，乗車時間の約倍の時間を見積もるとすると，一日でこのルートを制覇することは著しく困難となる。

3.3 グラフの改定案

一筆書きを著しく困難としているルートは，例えば丸ノ内線における「新宿－荻窪」のようなルートである。荻窪のような点をグラフ理論では端点（end point）と呼び，「$\deg v=1$ である点 v」と定義される。次数 1 であるから多重化しなければならず，それは必ず唯一の接続点との間の往復経路となり効率が悪い。

そこで，端点となっている点を省き，グラフの改訂を行った。必要な辺を多重化してオイラーグラフとした東京メトロのグラフ改定案を図４に示す。ただし，新宿は基点となるため残してある。

新宿を基点とする図４に対するオイラー回路をフラーリのアルゴリズムで求めたものが図５のようになる。このルートについて，図３と同様「駅すぱあと」を用いて乗車時間を算出したところ，２３３分，約４時間となった。これなら，乗り換え移動の時間を含めて倍と見積もっても８時間である。実現できるかもしれない。というわけで，このルートで決定，実際に試してみることとした。

> 新宿（丸ノ内線）四ッ谷（南北線）市ヶ谷（南北線）四ッ谷（丸ノ内線）池袋（有楽町線）有楽町／日比谷（千代田線）霞ヶ関（日比谷線）銀座（銀座線）日本橋（東西線）大手町（半蔵門線）三越前（銀座線）日本橋（東西線）茅場町（日比谷線）仲御徒町／上野広小路（銀座線）三越前（半蔵門線）九段下（東西線）飯田橋（南北線）後楽園（丸ノ内線）淡路町／新御茶ノ水（千代田線）北千住（日比谷線）銀座（銀座線）溜池山王／国会議事堂前（千代田線）表参道（半蔵門線）永田町（有楽町線）有楽町／日比谷（千代田線）大手町（半蔵門線）渋谷（副都心線）明治神宮前（千代田線）表参道（千代田線）明治神宮前（副都心線）池袋（副都心線）新宿三丁目（丸ノ内線）新宿

図５　図４のグラフに対するオイラー回路。赤字については４章で言及。

４．実地検証

著者の記憶が正しければ，この夏一番の最高気温を記録した８月１８日に図５のオイラー回路の実地検証を行った。大まかな予定経路は，新宿から丸ノ内線で池袋，そこから有楽町線で南下，有楽町（日比谷）から千代田線で北上，北千住から日比谷線で再度南下，半蔵門線で渋谷，最後に副都心線で新宿，という経路である。

東京メトロ一日乗車券（７１０円）を購入して，新宿を１０：３０にスタートした。最初の難関は，「四ッ谷－市ヶ谷－四ッ谷」のルートである。このような単なる往復経路となる端点は外しているのだが，どうしてもここだけは残ってしまうこととなってしまった。

「四ッ谷－池袋－有楽町」は乗車時間も長く疲労は感じずにクリアできた。ただこの後，都心部に入ったところで，「一駅移動して乗り換え」を繰り返すこととなり，予想以上に体力と時間を消耗することとなる。

１３：０５，日本橋にて昼食。

この日本橋の前後に，三越前駅での乗り換えを繰り返したのだが，今振り返ると，この乗り換えがもっとも大変だったかもしれない。「（半蔵門線）三越前（銀座線）」の乗り換え（昼食前）は，水平移動もさることながら，もっとも浅い位置にある（古い）銀座線と，深い位置にある比較的新しい半蔵門線の乗り換えとなるため，垂直移動も加わるのである。さらに昼食後は，仲御徒町から徒歩で同駅扱いである上野広小路に移動してからの銀座線乗車，三越前駅下車の半蔵門線乗り換えであり，明らかに歩いている時間の方が長い移動となっている。この「仲御徒町／上野広小路」の同一駅扱いは，どう考えても無理があるとしか思えな

い。さらにこの路線では，「お昼時の銀座線は異常に混む」「銀座線は地下浅いせいか車中の温度が（半蔵門線と比べて）高い」という新しい発見もあった。

図５中に赤で示した飯田橋への到着時刻が既に１５：３０。時間もさることながら，もっと驚くべき事は，このとき既に歩数が１万歩を超えていたのである。

この日は，「電車に乗る」ことが主目的のイベントである。決して歩くイベントではない。しかしながら，東京メトロが「同じ駅だから乗り換えられますよぉ〜」と甘い事を言いながら歩かせるから，普段ではありえない，午後早々の時間での１万歩越えとなってしまった。この辺りから，疲労の蓄積が隠せなくなる。乗車も短時間の乗車で，これと乗り換え移動を繰り返すため，座って休むことが皆無なのである。

ほとんど「修行」である。

後半，「新御茶ノ水－北千住」で１４分間乗車，続けて「北千住－銀座」で２６分間乗車，があり，ここで休憩できるも，その後，６分間，４分間，といった短時間乗車が続き，とうとう，「大手町－渋谷（図５中に赤字で示す）」の１６分間乗車の後，ギブアップ。時刻は１８：０５であった。

残りのルートを考えれば，達成できないルートや時刻ではなかった。しかし，この時刻以降はラッシュも始まり，夕食をとって自宅に帰る時間の事も考え，なにより，残りのルートは数字の上では実現可能ではあるものの，２分，１分，１分，といった乗車と乗り換えを繰り返す必要があり，そのタフさと無情さを考えると「心が折れた」というのが正直なところである。

この時点では既に「東京メトロを一筆書きする」という目的，行動の意味を忘れているに等しく，ただただひたすらにメモしてあるルートの通りに電車に乗る，それはまるで，サキエルを倒した後にエヴァに戻ってきたシンジ君が，エヴァに乗る意味など何も考えられずに，まるで思考が停止した生き物のように，夢遊病者のように，ただ単に「目標をセンターに入れてスイッチ」と機械的につぶやきながら射撃の訓練を行っていたそれに等しい。

渋谷から副都心線で新宿三丁目に移動して夕食，帰宅。総歩数１８，８２３歩。考えてみれば，改札を出たのは昼食時に日本橋で地上に降りたときのみ。ということは，一日乗車券を買った意味は全くなかったということになる。

４．まとめ

東京メトロの地下鉄路線について，一筆書き路線を考え，実際に検証を行った。グラフ化は，乗り換え可能な異なる路線の駅を同一駅（点）として考え，また，並行して走るルートは一本のルート（辺）として考えて行った。全ての点の次数が偶数となるように調整してオイラーグラフ化し，フラーリのアルゴリズムでオイラー回路を求めた。実施可能性を考えて，端点となる駅・路線は省いた。実地検証は８月１８日に行った。机上の論理では１日で一筆書き可能のはずだったが，乗り換えに要する時間，移動距離が想定以上であり，時間的，体力的，そしてなにより精神的に耐えられなくなり，「新宿三丁目－池袋（副都心線）」，「明治神宮－表参道－明治神宮（千代田線）」を残して一筆書きの試みは失敗に終わった。

失敗した理由は，オイラー回路を求める際の条件の少なさであろう。今回は，フラーリのアルゴリズムにあるように，未通過の辺が bridge とならないように，という条件のみを考慮したが，それだけでなく，「乗り換えの容易さ」「できるだけ長い距離乗車できるルートの検索」を考慮したオイラー回路の探索が必要となる。そして，「無意味な行動に達成感を覚える」ために，実施前の精神の鍛錬が必要である。

謝辞

実地検証に付き合ってくれた妻に心から感謝します。

参考資料

[1] http://blog.livedoor.jp/hamaya_muro/archives/994077.html

[2] http://kobo-ojisan.cocolog-nifty.com/blog/2008/07/tx_81d0.html

[3] http://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q1460383689

[4] http://url.skr.jp/1st/01.shtml

著者紹介

濱本和彦

現在，東海大学情報通信学部情報メディア学科教授。博士（工学）。ディジタルでありながらアナログ回帰な研究・開発に興味があり，一見無駄と思える研究の中に現在のディジタル社会への批判を込めたいと願って暗躍中。尊敬するのは明和電機。大のエヴァンゲリオン好きであり，「あんたバカぁ？」は最大の褒め言葉と思っている。本研究はこれらの延長線上にあり，決して鉄男だから行ったわけではない。「ちょっと考えないと使えないヒューマンインタフェース」「バーチャルリアリティによるコミュニケーション能力の醸成（＝AT フィールドの中和）」など，工学，認知科学，社会学，情報学の融合を模索するも苦闘中。とりあえずゲーム理論を一から勉強中の今日この頃。同志募集中。

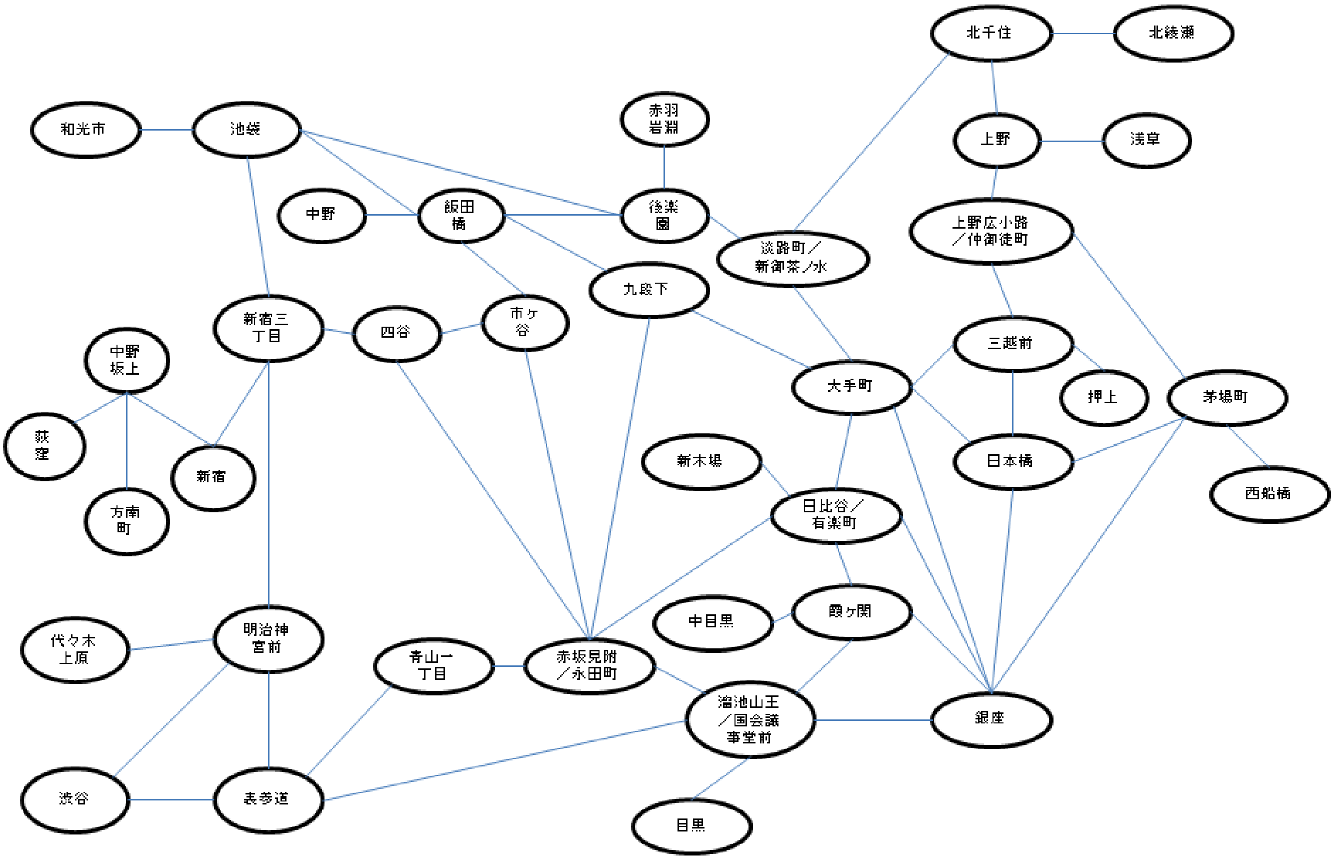

図１　グラフ化した東京メトロ（第一案）

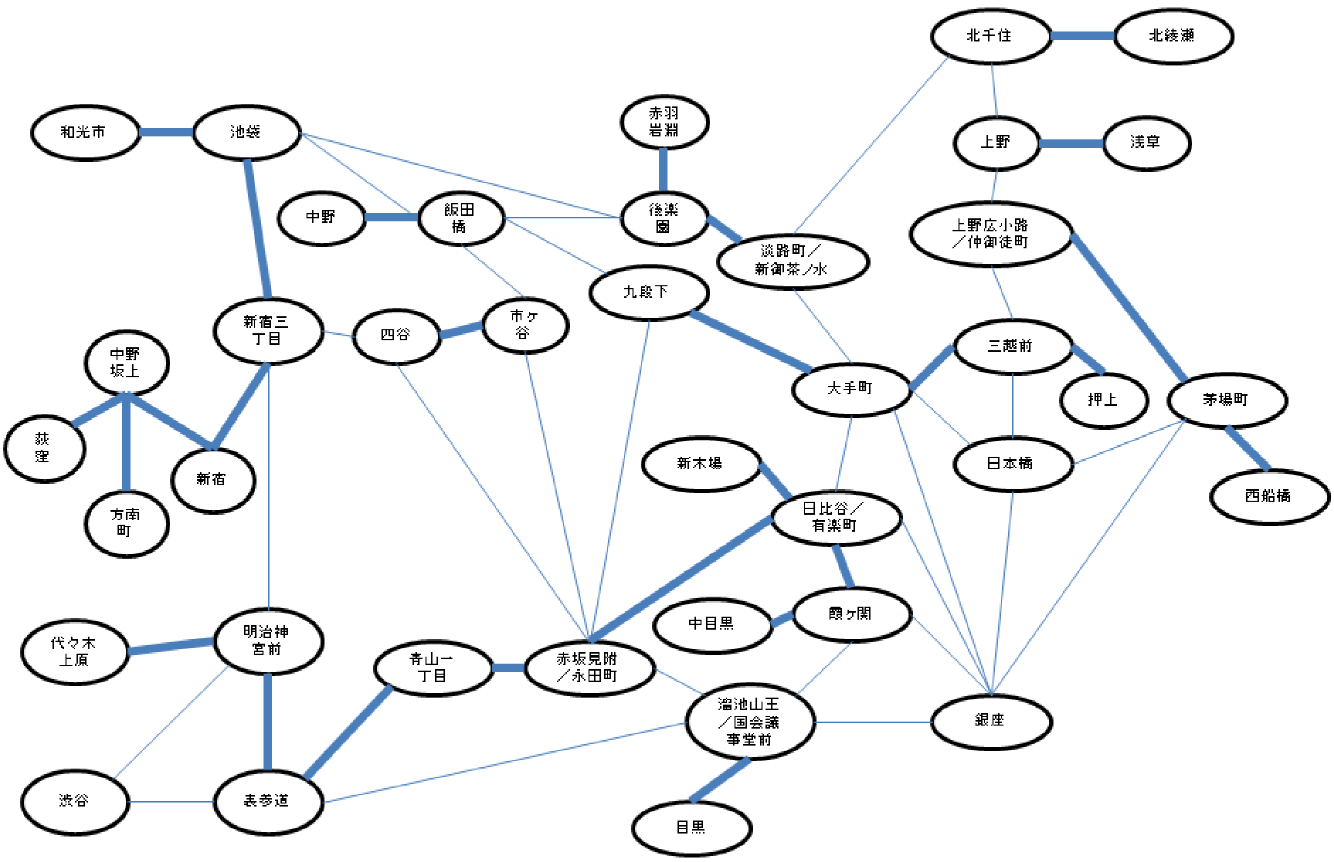

図２　多重化によりオイラーグラフとした東京メトロ（第一案）

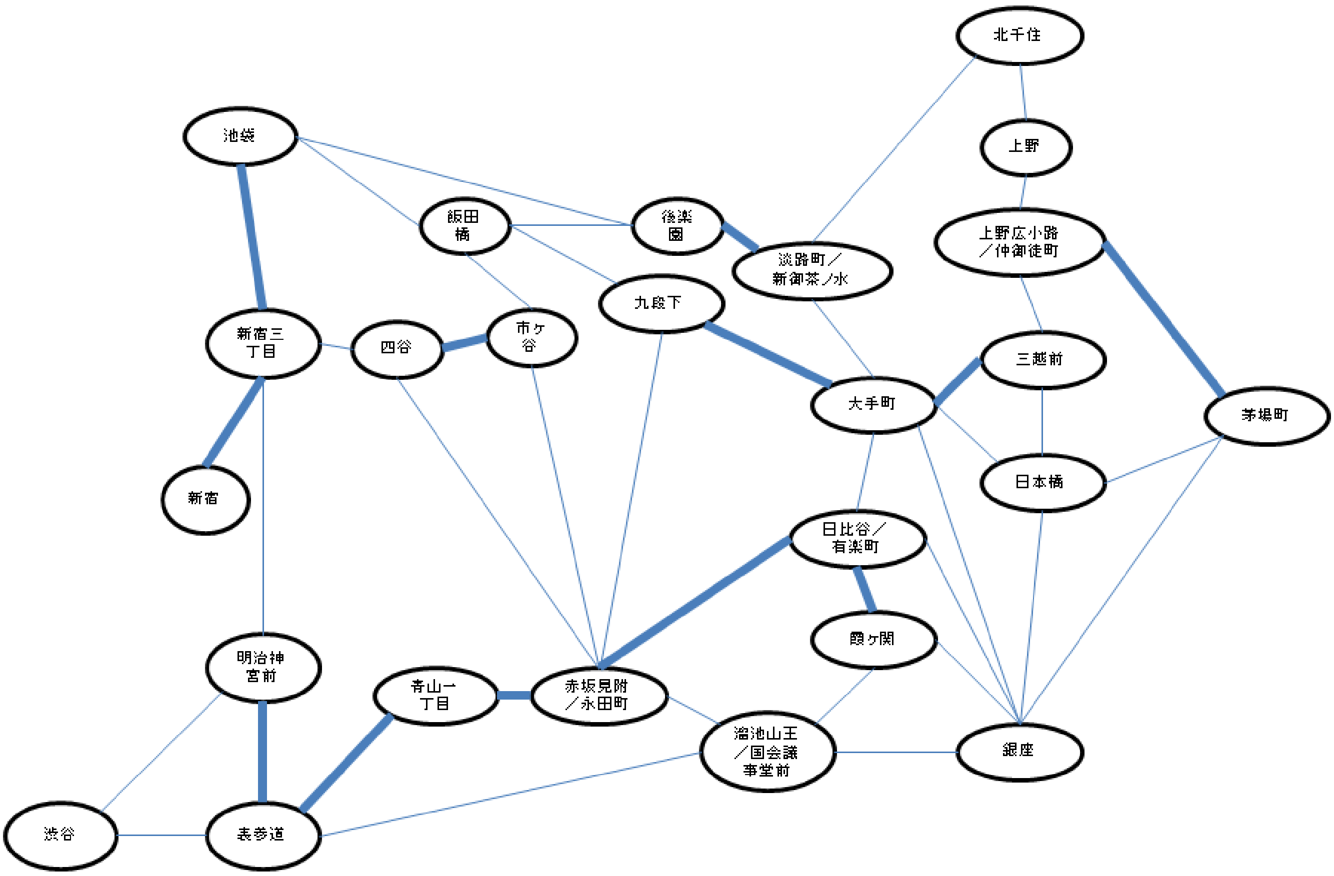

図４　端点を取り除き多重化によりオイラーグラフとした東京メトロ（改定案）